

Interés simple

$$I = C \cdot i \cdot n \quad \text{monto}$$

$$C = \frac{I}{i \cdot n} \quad m = C(1 + ni)$$

$$i = \frac{I}{C \cdot n} \quad C = \frac{m}{1 + in}$$

$$n = \frac{I}{C \cdot i} \quad i = \frac{m - C}{C \cdot n}$$
$$n = \frac{m - C}{C \cdot i}$$

Interés compuesto

$$M = VF$$

$$m = C(1 + i)^n \quad \text{Fórmula}$$

$$C = \frac{m}{(1 + i)^n}$$

$$n = \frac{\log m - \log C}{\log(1 + i)}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{m}{C}} - 1$$

Tasa efectiva

$$1 + ie = \left(1 + \frac{in}{m}\right)^m \quad ie = \frac{I}{C}$$

Tasa nominal

$$in = \left[\left(1 + ie\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]$$

Capitalización continua

$$m = C \cdot e^{in}$$

Descuento bancario

Descuento simple

$$VP = VF(1 - d \cdot n)$$

$$VF = \frac{VP}{(1 - d \cdot n)}$$

$$n = \frac{-VP + VF}{VF \cdot d}$$

Descuento racional

Si es interés simple

$$Dr = \frac{VF \cdot d \cdot n}{1 + d \cdot n}$$

Si es interés compuesto

$$Dr = \frac{VF[(1 + d)^n - 1]}{(1 + d)^n}$$

Descuento bancario compuesto

$$D = VF[1 - (1 - d)^n]$$

$$Dr = VF - VP$$

Tasa de descuento equivalente

$$de = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots$$

Ventas a credito

$$i = \frac{2.m.I}{B(n+1) - I(n-1)} \quad \text{criterio comercial}$$

$$i = \frac{2.m.I}{B(n+1)} \quad \text{Criterio de saldos insolutos}$$

$$B + I = nR$$

$$R = \frac{B + I}{n}$$

$$I = nR - B$$

$$P_p = P_c + I$$

$$R = \frac{P_c + I}{n}$$

$$B = P_c - C_i$$

R = Valor de los pagos periodicos

I = Incremento sobre el precio de ventas o intereses

n = n° de pagos excluyendo el pago inicial

m = n° de periodos de pago en 1 año

P_c = Precio de ventas al contado

P_p = Precio de venta

C_i = Cuota inicial

B = Saldos con cuotas periodicas es el insoluto

En un año hay
26 Quincenas
6 Bimestres
4 trimestres
3 Cuatrimestres
2 semestres

una quincena tiene 15 días
Un bimestre 2 meses
Un trimestre 3 meses
Un cuatrimestre 4 meses
Un semestre 6 meses

NUEVA FUERZA
FINANCIERA

Anualidad vencida

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$A = VP \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

$$A = VF \cdot \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$n = \frac{\log(A) - \log(A - VP \cdot i)}{\log(1+i)}$$

$$n = \frac{\log(VF \cdot i + A) - \log(A)}{\log(1+i)}$$

La tasa de interés se calcula por tanteo o aproximación, interpolación.

Anualidad anticipada

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-(n-1)}}{i} + 1 \right] \quad VF = A \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{VF \cdot i}{A} + A\right)}{\log(1+i)}$$

$$A = \frac{VP \cdot i}{1 - (1+i)^{-(n-1)} + i}$$

Anualidad diferida

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)^{-k}$$

$$A = \frac{VP \cdot i (1+i)^k}{1 - (1+i)^{-n}}$$

Anualidad perpetua

$$A = VP \cdot i \quad VP = \frac{A}{i}$$

Si existe un pago igual a A o diferente a A en la fecha inicial

$$VP = K + \frac{A}{i}$$

Gradiente aritmetico

$$VP = A \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{r}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

$$VF = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{r}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

Gradiente geometrico

$$VP = A \left[\frac{g^n(1+i)^{-n} - 1}{g - (1+i)} \right]$$

$$VF = A \left[\frac{g^n - (1+i)^n}{g - (1+i)} \right]$$

Amortización

Periodos	cuotas	Intereses	Amortización	Saldo
----------	--------	-----------	--------------	-------

Fondo de amortización

Periodos	Cuotas	Intereses	Acumulación	Saldo
----------	--------	-----------	-------------	-------

Tasas equivalentes

$$(1 + i_a)^{n_a} = (1 + i_b)^{n_b}$$

i_a = interés del periodo conocido

n_a = periodo conocido

i_b = interés del periodo a transformar

n_b = periodo a transformar.

NUEVA FUERZA

FINANCIERA

Tábla 1 Número exacto de días entre dos fechas (año no bisiesto)

Desde el -día del mes inicial	Al mismo día del mes terminal											
	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Ene.	365	31	59	90	120	151	181	212	243	273	304	334
Feb.	334	365	28	59	89	120	150	181	212	242	273	303
Mar.	306	337	365	31	61	92	122	153	184	214	245	275
Abr.	275	306	334	365	30	61	91	122	153	183	214	244
May.	245	276	304	335	365	31	61	92	123	153	184	214
Jun.	214	245	273	304	334	365	30	61	92	122	153	183
Jul.	184	215	243	274	304	335	365	31	62	92	123	153
Ago.	153	184	212	243	273	304	334	365	31	61	92	122
Sep.	122	153	181	212	242	273	303	334	365	30	61	91
Oct.	92	123	151	182	212	243	273	304	335	365	31	61
Nov.	61	92	120	151	181	212	242	273	304	334	365	30
Dic.	31	62	90	121	151	182	212	243	274	304	335	365

Nota: No se incluye el día inicial.

Interés simple

Es el interés que se produce al invertir o prestar una cantidad de dinero durante un periodo de tiempo

fórmula $I = C \cdot i \cdot n$

Capital - Es la cantidad de dinero que se invirtió o prestó, representa la base sobre la cual se genera el interés.

Tasa de interés - Es la cantidad de interés expresado en tanto por ciento por unidad de tiempo.

Tiempo - Es el lapso transcurrido entre el momento de la inversión o préstamo y el retiro o pago.

Ejercicios

1. Calcular el interés que debe pagarse por un préstamo de 250 000 Bs al 10% en 240 días.

Datos

$$I = ?$$

$$C = 250\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 240 \text{ días}$$

$$i = 0,1/\text{anual}$$

$$I = 250\,000 \times 0,1 \times 0,671$$

$$I = 16\,750 \text{ Bs}$$

2. Al cabo de un año, el banco nos ha ingresado en nuestra cuenta de ahorro la cantidad de 870 Bs en concepto de intereses. Siendo así la tasa de interés de 2% anual ¿cuál es el capital de dicha cuenta?

$$n = 1 \text{ año}$$

$$i = 0,02/\text{anual}$$

$$I = 870 \text{ Bs}$$

$$C = ?$$

$$C = \frac{870}{1 \times 0,02}$$

$$C = 43\,500 \text{ Bs}$$

3. Hemos invertido durante cierto tiempo un capital de 24000 Bs a una tasa de interés anual del 5%. Al final hemos obtenido un capital de 29000 Bs durante cuánto tiempo se ha invertido

$$I = 29000 - 24000$$

$$I = 5000 \text{ Bs}$$

$$n = ?$$

$$C = 24000$$

$$i = 0,05/\text{anual}$$

$$n = \frac{5000}{24000 \times 0,05}$$

$$n = 4,167 \text{ años}$$

$$n = 50 \text{ meses}$$

Número de días entre dos fechas

Ejemplos

Calcular el nº de días del 21 de enero al 5 de septiembre del mismo año

Del 21 de enero al 21 de septiembre hay 243 días
$$\begin{array}{r} 16 \\ 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -16 \\ 27 \end{array} \text{ días}$$

Calcular el número de días del 13 de noviembre al 19 de marzo el próximo año

Del 13 de noviembre al 13 de marzo hay 120 días
$$\begin{array}{r} 6 \\ 19 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 \\ 126 \end{array} \text{ días}$$

Una persona se presta dinero el 15 de febrero para pagar después de 85 días, calcular la fecha en la que debe cancelar.

Del 15 de febrero al 15 de mayo hay 89 días
$$\begin{array}{r} 4 \\ 11 \end{array} \text{ de mayo} \qquad \begin{array}{r} -4 \\ 85 \end{array} \text{ días}$$

La fecha en la que debe cancelar es el 11 de mayo

Monto

Es el valor acumulado del capital agregados los intereses devengados. En otras palabras, el monto es igual al capital, más los intereses.

$$\text{Formula } M = C(1 + n \cdot i)$$

Ejercicios

Calcular el monto que debe pagarse por una deuda de 20 000 Bs el 22 de junio, si el pagaré se firmó el 30 de enero del mismo año, al 8% de interés.

Del 30 de enero al 30 de junio hay 151 días
$$\begin{array}{r} 8 \\ 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 8 \\ 143 \end{array} \text{ días}$$

Datos

$$C = 20\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 143 \text{ días}$$

$$i = 0,08 / \text{anual}$$

$$M = ?$$

$$M = 20\,000(1 + 0,3972 \cdot 0,08)$$

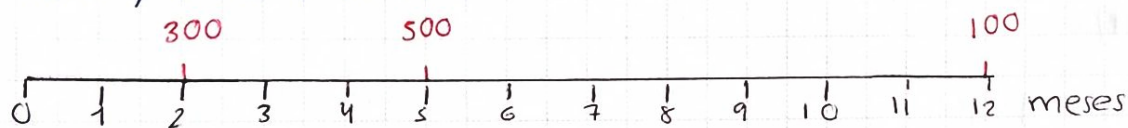
$$M = 20\,635,52$$

Diagrama tiempo valor

En una recta se representa las unidades de tiempo y en los puntos que corresponden se anotan cantidades de dinero.

Ejemplo

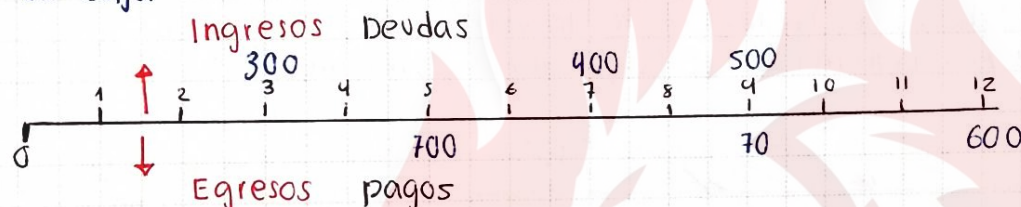
Una persona debe cancelar 300 Bs a los dos meses, 500 Bs a los cinco meses y 100 Bs a un año.



$C = VP$

$m = VF$

Si existen pagos y cobros, egresos e ingresos se representa las deudas en la parte superior y los pagos en la parte inferior indicando un segmento orientado y la grafica recibe el nombre de diagrama flujo de caja

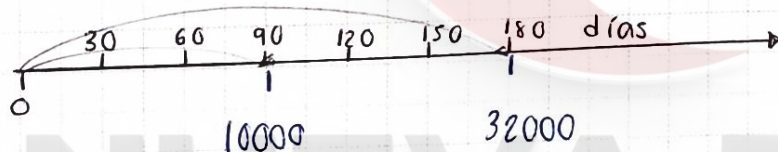


Ejercicio

Si la tasa de interés es 9% anual ¿Qué oferta es más conveniente para un terreno?

a) 60000 Bs al contado

b) 20000 Bs de cuota inicial y el saldo en 2 pagos uno de 10000 Bs a 90 días y otro 32000 Bs a 180 días



b)

$$\begin{aligned} n &= 90 \text{ días} \\ i &= 0,09 \text{ anual} \\ m &= 10000 \\ C &= ? \end{aligned}$$

$$C = \frac{m}{1 + i \cdot n}$$

$$C = \frac{10000}{1 + 0,09 \times 0,25}$$

$$C = 9779,95 \text{ Bs}$$

$$\begin{aligned} n &= 180 \text{ días} \\ i &= 0,09 \text{ anual} \\ m &= 32000 \\ C &= ? \end{aligned}$$

$$C = \frac{32000}{1 + 0,09 \times 0,5}$$

$$C = 30622,01 \text{ Bs}$$

a) $C = 60000$

b) $C = 20000 + 9779,95 + 30622,09$
 $C = 60402,04$

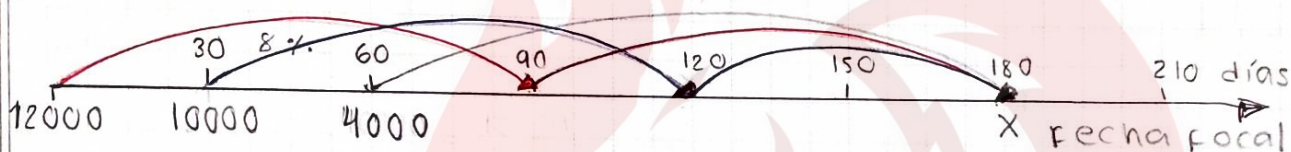
Ecuación de valores equivalentes

Es una igualdad que permite comparar dos o más valores en distintos momentos de tiempo, trayéndolos al mismo momento de una referencia (fecha focal)

Deudas = pagos

Ejercicios

En cierta fecha, una persona firma un pagaré por 12000 Bs a 90 días, al 8%; 30 días después firma otro pagaré por 10000 Bs a 90 días sin intereses. 60 días después de la primera fecha conviene pagar a su acreedor 4000 Bs y recoger los dos pagarés firmados reemplazándolos por uno a 120 días, contados desde la última fecha, con un rendimiento del 9%. Determinar el pago único convenido.



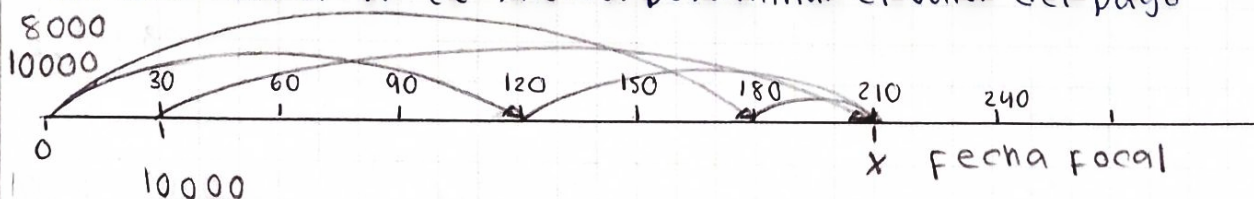
$$12000 \left[1 + \frac{1}{4} \cdot 0,08 \right] \left[1 + \frac{1}{4} \cdot 0,09 \right] + 10000 \left[1 + \frac{1}{6} \cdot 0,09 \right] = 4000 \left[1 + \frac{1}{3} \cdot 0,09 \right] + X$$

$$12515,4 + 10150 = 4120 + X$$

$$22665,4 - 4120 = X$$

$$18545,4 = X$$

Una persona firma los siguientes pagarés con el 8% de interés: 10000 Bs a 120 días y 8000 a los 180 días, transcurridos 30 días propone efectuar un pago de 10000 Bs al contado y un pago a 180 días con el 9% de interés. Determinar el valor del pago



$$10000 \left[1 + \frac{1}{3} \cdot 0,08 \right] \left[1 + \frac{1}{4} \cdot 0,09 \right] + 8000 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot 0,08 \right] \left[1 + \frac{1}{12} \cdot 0,09 \right]$$

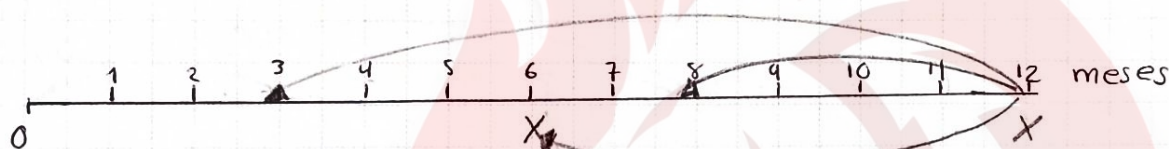
$$= 10000 \left[1 + \frac{1}{2} \cdot 0,09 \right] + X$$

$$10497,67 + 8382,40 = 10450 + X$$

$$18880,07 - 10450 = X$$

$$8430,07 = X$$

Una persona debe 20000 Bs con vencimiento a 3 meses y 16000 Bs con vencimiento a 8 meses. Propone pagar su deuda mediante dos pagos iguales con vencimiento a 6 meses y a un año respectivamente. Determinar el valor de los nuevos pagarés al 8% de interés.



$$160000 \left[1 + \frac{1}{3} \cdot 0,08 \right] + 20000 \left[1 + \frac{3}{4} \cdot 0,08 \right] = X \left[1 + \frac{1}{2} \cdot 0,08 \right] + X$$

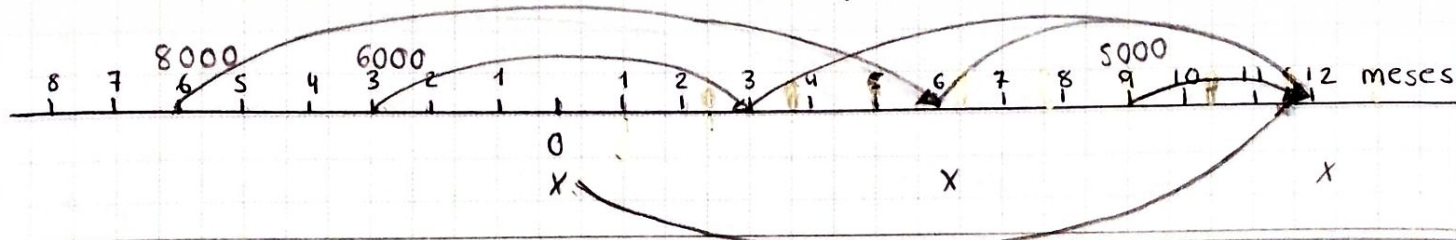
$$164266,67 + 21200 = X \left[\left(1 + \frac{1}{2} \cdot 0,08 \right) + 1 \right]$$

$$185466,67 = X (2,04)$$

$$\frac{185466,67}{2,04} = X$$

$$90915,03 = X$$

Una persona debe los siguientes pagarés con el 8% de interés: 6000 Bs exigible dentro de 3 meses, firmado a 6 meses plazo, 8000 Bs exigible dentro de 6 meses y firmado a un año plazo, y el otro 5000 Bs sin intereses exigible dentro de 9 meses. Su acreedor acepta recibir 3 pagos con el 9% de interés, a cambio de las anteriores obligaciones: el 1er pago al contado, el 2do a 6 meses y el 3ro a un año plazo. Calcular el valor de los pagos iguales.



$$8000 \left[1 + 1 \times 0,08 \right] \left[1 + \frac{1}{2} \times 0,09 \right] + 6000 \left[1 + \frac{1}{2} \times 0,08 \right] \left[1 + \frac{3}{4} \times 0,09 \right]$$

$$+ 5000 \left[1 + \frac{1}{4} \times 0,09 \right] = X \left[1 + 1 \times 0,09 \right] + X \left[1 + \frac{1}{2} \times 0,09 \right] + X$$

$$9028.8 + 6661.2 + 5112.5 = X \left[(1 + 1 \times 0,09) + (1 + \frac{1}{2} \times 0,09) + 1 \right]$$

$$20802.5 = X (3,135)$$

$$\frac{20802.50}{3,135} = X$$

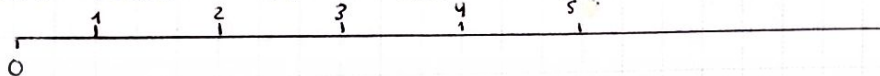
$$6635.56 = X$$

NUEVA FUERZA
FINANCIERA

Interés compuesto

Es cuando el capital aumenta cada unidad de tiempo porque el interés ganado se suma al capital para el próximo periodo.

10000 10200 10404 10612,08 10824,32



$i = 2\%$ mensual

$C = 10000$

Periodo de capitalización - Es una unidad de tiempo del cual el interés se suma al capital

El tiempo y la tasa de interés deben expresarse en periodos de capitalización.

Monto o Valor Futuro - Es el valor que tiene el capital en el final del tiempo.

$$M = VF$$

$$VF = C(1+i)^n \quad \text{fórmula del monto}$$

Ejercicios

Una deuda de 100 000 Bs convenida al 6% con capitalización anual se paga a los 2 años y 4 meses. Calcular el monto cancelado

$$C = 100\,000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,06 / \text{anual}$$

$$n = 2 \text{ años y } 4 \text{ meses}$$

$$M = ?$$

$$M = 100000(1 + 0,06)^{7/3}$$

$$M = 114563,69 \text{ Bs}$$

$$4 \text{ meses } \frac{1 \text{ año}}{12 \text{ meses}} = \frac{1}{3}$$

$$2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ años}$$

Un padre al morir deja a su hija de 7 años de edad un legado de 100 000 Bs para que con sus intereses compuestos le sean entregados cuando cumpla 18 años. Si ella al cumplir la edad fijada reúne 190 000,7120 que tasa de interés con capitalización semestral gana la herencia.

$$C = 100\,000 \text{ Bs}$$

$$M = 190\,000,7120 \text{ Bs}$$

$$i = ?$$

$$n = 18 - 7 = 11 \text{ años } 22 \text{ semestres}$$

$$i = \sqrt[22]{\frac{190000,71}{100000}} - 1$$

$$i = 0,029 / \text{semestral}$$

$$i = 2,9\% \text{ semestral}$$

En que tiempo un deposito de 10000 Bs con capitalización mensual se convertiran en 15000 Bs si la tasa es 6% anual

$$C = 10\,000 \text{ Bs}$$

$$m = 15\,000 \text{ Bs}$$

$$n = ?$$

$$\lambda = 0,06 / \text{anual} \cdot \frac{1 \text{ año}}{12 \text{ meses}} = 0,005$$

$$n = \frac{\log(15000) - \log(10000)}{\log(1+0,005)}$$

$$n = 81,29558565 \text{ meses}$$

$$n = 6 \text{ años } 9 \text{ meses y } 9 \text{ días}$$

Una persona deposita 75000 Bs en una cuenta de ahorro que paga el 9% anual con capitalización bimestral. En que tiempo tendra un saldo de 105000 Bs?

$$C = 75\,000 \text{ Bs}$$

$$\lambda = \frac{0,09}{6} = 0,015 / \text{bimestral} \quad n = \frac{\log(105000) - \log(75000)}{\log(1+0,015)}$$

$$m = 105\,000 \text{ Bs}$$

$$n = ?$$

$$n = 22,59 \text{ bimestres}$$

Tasa de interés nominal y tasa de interés efectiva

Tasa nominal es la tasa que se indica en el documento

Ej.

Un préstamo de 10000 Bs al 12% de interés $\lambda_n = 0,12$ anual $\lambda_m = 0,01$ mensual

Tasa efectiva es la tasa que efectivamente gana en una unidad de referencia.

Relación entre estas dos tasas es : $1 + \lambda_e = (1 + \lambda_n)^m$

m = n° de periodos de capitalización en un periodo de la tasa efectiva

λ_n = tasa en un periodo de capitalización

$$\lambda_e = (1 + 0,01)^{12} - 1$$

$$0,1268 / \text{anual}$$

$$12,68\% \text{ anual}$$

Ej.

$$m = 10000 (1 + 0,01)^{12} = 11268,25 \text{ Bs}$$

$$I = m - C = 11268,25 - 10000$$

$$I = 1268,25$$

$$\lambda_e = \frac{I}{C}$$

$$\lambda_e = 0,1268$$

$$\lambda_e = 12,68\%$$

Valor presente y valor futuro con tiempos fraccionarios

Criterio comercial.- Aplicar interés compuesto para la parte entera e interés Simple para la parte fraccionaria

Ejemplo

Calcular el monto de un préstamo de 10000 Bs al 18% de interés anual, capitalizable cada semestre, después de 2 años y 3 meses

$$m = ?$$

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,18}{2} = 0,09 \text{ / semestre}$$

$$3 \text{ meses} \cdot \frac{2 \text{ semestres}}{12 \text{ meses}} = \frac{1}{2}$$

$$n = 2 \text{ años y 3 meses}$$

$$2 \text{ años} \cdot \frac{2 \text{ semestres}}{1 \text{ año}} = 4 \text{ semestres}$$

$$M = 10000 (1 + 0,09)^4$$

$$M = 14115,81 \text{ Bs} \rightarrow \text{nuevo capital}$$

$$M = 14115,81 (1 + 0,09 \times \frac{1}{2})$$

$$M = 14751,03 \text{ Bs}$$

Criterio teórico.- Se debe aplicar interés compuesto para el total del tiempo

$$M = 10000 (1 + 0,09)^{4,5} = 14737,34$$

Capitalización continua.- Cuando el periodo de capitalización es tan pequeño como se quiera, es decir tiende a cero, en este caso, la fórmula del monto o valor futuro es:

$$M = C \cdot e^{in} \text{ o } VF = VPe^{it}$$

Capitalización anual

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,24 \text{ / anual}$$

$$n = 0,5 \text{ años}$$

$$M = ?$$

$$M = 10000 (1 + 0,24)^{0,5}$$

$$M = 11135,53 \text{ Bs}$$

Capitalización semestral

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,12 \text{ / semestral}$$

$$n = 1 \text{ semestre}$$

$$M = 10000 (1 + 0,12)^1$$

$$M = 11200 \text{ Bs}$$

Capitalización mensual

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,02 / \text{mensual}$$

$$n = 6 \text{ meses}$$

$$m = ?$$

$$m = 10000 (1 + 0,02)^6$$

$$m = 11261,62 \text{ Bs}$$

Capitalización diaria

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,24 / 360$$

$$n = 180 \text{ días}$$

$$m = ?$$

$$m = 10000 (1 + 0,24 / 360)^{180}$$

$$m = 11275,19 \text{ Bs}$$

Capitalización cada hora

$$C = 10000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,01 / 360$$

$$n = 4320 \text{ horas}$$

$$m = ?$$

$$m = 10000 (1 + 0,01 / 360)^{4320}$$

$$m = 11274,94 \text{ Bs}$$

Capitalización continua

$$m = Ce^{in}$$

$$m = 10000 e^{0,24 \cdot 0,5}$$

$$m = 11274,96 \text{ Bs}$$

Ejercicio

Una persona deposita 100 000 Bs, el 6 % anual como tasa efectiva. Calcular el monto que tendrá después de 2 años y 5 meses, si la capitalización es mensual.

$$C = 100\,000 \text{ Bs}$$

$$i_e = 0,06 / \text{anual}$$

$$n = 2 \text{ años y 5 meses } 29 \text{ meses}$$

$$m = ?$$

$$\lambda n = \left[(1 + 0,06)^{\frac{1}{12}} - 1 \right]$$

$$\lambda n = 0,0048687 \text{ mensual}$$

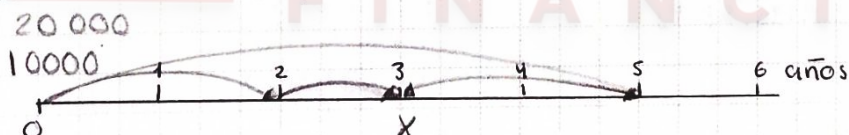
$$m = 100000 (1 + 0,0048687)^{29}$$

$$m = 115122,83 \text{ Bs}$$

Ecuaciones de valores equivalentes

Una persona debe 10000 \$ pagaderos dentro de 2 años y 20 000 \$ a 5 años

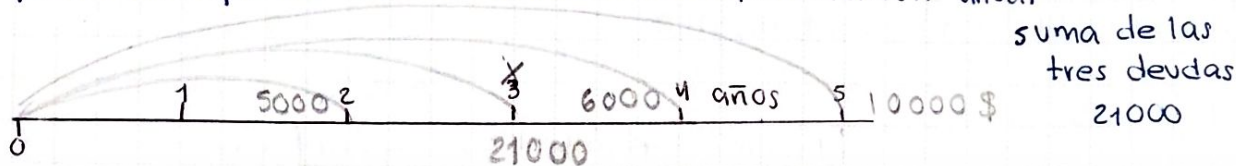
Con su acreedor pacta efectuar un pago único al final de 3 años a la tasa del 8 % capitalizable cada semestre. Calcular el valor único del pago.



$$10000 (1 + 0,04)^2 + 20000 (1 + 0,04)^{-4} = X$$

$$27912,08 = X$$

Calcular la fecha de vencimiento promedio del siguiente conjunto de obligaciones: 5000 \$ a 2 años plazo, 6000 \$ a 4 años plazo y 10000 \$ a 5 años plazo al tipo de 6% de interés con capitalización anual



$$5000(1+0,06)^2 + 6000(1+0,06)^4 + 10000(1+0,06)^5 = 21000(1+0,06)^{-X}$$

$$4449.98 + 4752.56 + 7472.58 = 21000(1+0,06)^{-X}$$

$$21000(1+0,06)^{-X} = 16675,12$$

$$(1+0,06)^{-X} = \frac{16675,12}{21000}$$

$$(1,06)^{-X} = 0,794053$$

$$\log(1,06)^{-X} = \log(0,794053)$$

$$-X \log(1,06) = \log(0,794053)$$

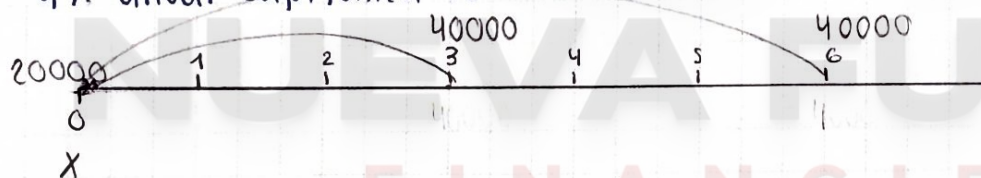
$$-X = \frac{\log(0,794053)}{\log(1,06)}$$

$$-X = -3,9576 \quad (-1)$$

$$X = 3,9576 \text{ años}$$

$$X = 3 \text{ años } 11 \text{ meses } 15 \text{ días}$$

Un comerciante compra con 100000Bs mercaderías y paga 20000 Bs al contado, 40000 Bs con un pagaré a 3 meses y 40000 Bs a 6 meses. Hallar el valor de contado de la mercadería si la tasa de interés es 9% anual capitalizable cada mes.

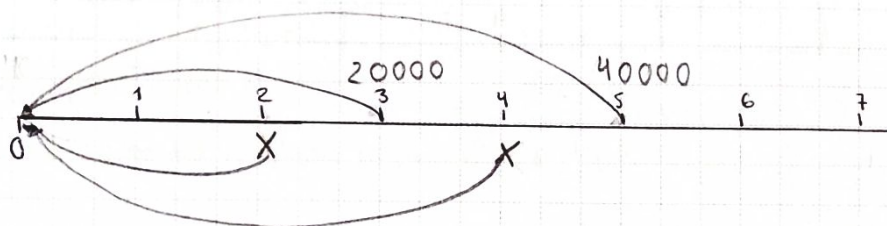


$$20000 + 40000(1+0,0075)^{-3} + 40000(1+0,0075)^{-6} = X$$

$$20000 + 39113,3 + 38246,32 = X$$

$$97359,62 = X$$

Una persona debe 20000\$ pagaderos dentro de 3 años y 40000\$ pagaderos dentro de 5 años. Calcular el valor de dos pagos iguales a 2 años y 4 años que sustituyen las dos deudas, si la tasa de interés es 6% anual capitalizable cada cuatrimestre.



$$20000(1+0,02)^{-6} + 40000(1+0,02)^{-10} = X(1+0,02)^{-4} + X(1+0,02)^{-8}$$

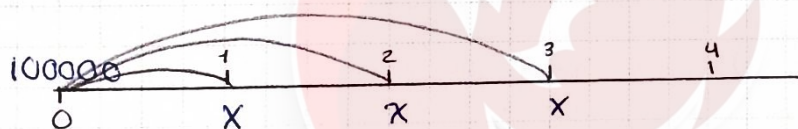
$$16735,11 + 29720,59 = X[(1+0,02)^{-4} + (1+0,02)^{-8}]$$

$$46455,7 = X(1,67)$$

$$\frac{46455,7}{1,67} = X$$

$$27817,78 = X$$

Una persona debe 100000 Bs y propone 3 pagos anuales iguales y sucesivos si la tasa de interés es 7% capitalizable cada semestre. Hallar el valor de los pagos.



$$100000 = X(1+0,035)^{-2} + X(1+0,035)^{-4} + X(1+0,035)^{-6}$$

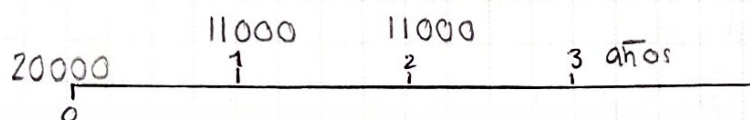
$$100000 = X[(1+0,035)^{-2} + (1+0,035)^{-4} + (1+0,035)^{-6}]$$

$$100000 = X(2,62)$$

$$\frac{100000}{2,62} = X$$

$$38167,93 = X$$

A que tasa efectiva un pago único de 20000 Bs hoy sustituye 2 pagares de 11000 Bs cada uno con vencimiento a 1 año y 2 años respectivamente.



$$20000 = \frac{11000}{1+i} + \frac{11000}{(1+i)^2} \times (1+i)^2$$

$$20000(1+i)^2 = 11000(1+i) + 11000$$

$$20000(1+2i+i^2) = 11000 + 11000i + 11000$$

$$20000 + 40000i + 20000i^2 = 11000i + 22000$$

$$20000i^2 + 40000i - 11000i + 20000 - 22000 = 0$$

$$20000i^2 + 29000i - 2000 = 0$$

$$i = \frac{-29 \pm \sqrt{29^2 - 4(20)(-2)}}{2(20)}$$

$$i = 0,0659$$

$$i_e = 6,59\% \text{ anual}$$

NUEVA FUERZA
FINANCIERA

Descuentos y pagos parciales

Descuento - Es la diferencia entre el valor futuro y el valor presente, es la cantidad de dinero que no se cancela porque corresponde a los intereses aún no pagados.

$$D = VF - VP$$

$$D = m - C$$

Tipos de descuentos

Existen 2 tipos de descuentos

1 Descuento racional

2 Descuento bancario

Cada descuento puede ser a interés simple o interés compuesto

Descuento bancario

Cuando la tasa de descuento se aplica sobre el valor futuro

Descuento bancario simple $VP = VF(1 - dn)$

Descuento bancario compuestos $D = VF[1 - (1 - d)^n]$

Ejemplos

Una persona necesita 10500 \$ y para obtener firma un pagaré a 90 días con la tasa de descuento del 14%. Calcular el valor del pagaré firmado.

$$VP = 10500 \$$$

$$n = 90 \text{ días}$$

$$d = 0,14 \text{ anual}$$

$$VF = ?$$

$$VF = \frac{105000}{(1 - 0,14 \times 0,25)}$$

$$VF = 10880,82 \$$$

Un pagaré de 10000 Bs se descuenta 10% y se recibe del banco 9789 Bs. Calcular la fecha de vencimiento siendo que el pagaré se firma el 13 de marzo.

$$VF = 10000 \text{ Bs}$$

$$VP = 9789 \text{ Bs}$$

$$n = ?$$

$$d = 0,1 \text{ anual}$$

$$n = \frac{-9789 + 10000}{10000 \cdot 0,1}$$

$$n = 0,211 \text{ años } 76 \text{ días}$$

Del 13 de marzo al 13 mayo hay 61 días

$\frac{15}{28}$ de mayo $\frac{15}{76}$ días

Descuento racional a interés simple - Corresponde a la diferencia entre el valor futuro y el valor presente.

$$\text{Fórmula} - Dr = \frac{VF \cdot d \cdot n}{1 + d \cdot n}$$

$$Dr = \frac{VF [(1+d)^n - 1]}{(1+d)^n} \rightarrow \text{compuesto}$$

Descuento de compras

Son porcentajes del precio de venta, para calcular el líquido pagable, se multiplica el precio por el porcentaje de descuento y se resta.

Ejemplo

Un artículo se vende en 80 000 Bs con los siguientes descuentos 5% para fin de año, 4% por venta al contado, 6% por entrega en la tienda.

Precio de venta	80000
5%.	<u>4000</u>
	76000
4%.	<u>3040</u>
	72960
6%.	<u>4377,60</u>
Líquido pagable	68582,40

$$\begin{array}{l} \text{Descuento total} \quad 80000 \\ \quad - 68582 \\ \hline \quad 11417,60 \end{array} \quad \frac{11417,60}{80000} = 0,14272$$
$$= 14,272\%$$

Descuento en cadena

Si en una venta se hacen más de un descuento, los descuentos son descuentos en cadena. Cada descuento a partir del 2do se aplican sobre el nuevo precio de venta, que el precio anterior menos el descuento anterior.

Ejemplo

Un artículo se vende en un precio de 50 000 Bs con los siguientes descuentos

- 10% por venta al contado
- 6% por entrega en la tienda
- 5% por fin de año

$$50000 - 50000 \times 0,1 = 45000$$

- 10%.	45000
- 6%.	<u>2700</u>
	42300
- 5%.	<u>2115</u>
Líquido pagable	40185

Es diferente de aplicar la suma de los descuentos que sería:

$$50000 - 50000 \times 0,21 = 39500$$

La tasa de descuento equivalente es:

$$de = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots$$

$$de = 1 - (1 - 0,1)(1 - 0,06)(1 - 0,05)$$

$$de = 0,1963$$

$$de = 19,63\%$$

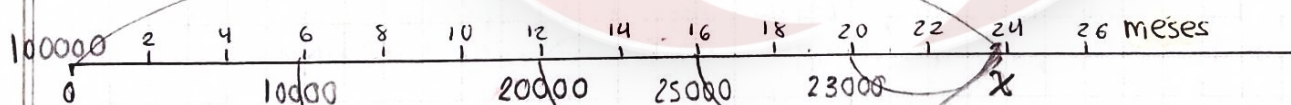
Pagos parciales. - Cuando por una obligación en el futuro se hacen pagos antes de la fecha de cumplimiento para determinar el saldo por pagar existen dos criterios

- Criterio comercial
- Criterio de saldos insolutos

Criterio comercial. - Indica el saldo las deudas como los pagos deben tratarse de la misma manera es decir determinar los valores futuros e igualarle en la fecha de vencimiento.

Ejemplo

Por un préstamo de 100000 Bs a dos años de plazo se hacen los siguientes pagos parciales 10000 Bs a 6 meses, 20000 Bs a los 12 meses, 25000 Bs a los 16 meses y 23000 Bs a los 20 meses. Calcular el saldo por pagar en la fecha de vencimiento, si la tasa de interés es 18% capitalizable cada bimestre.



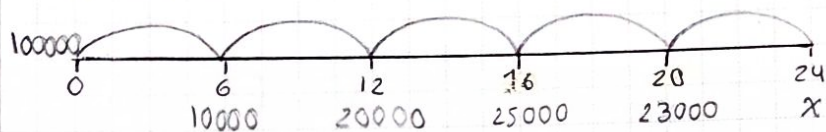
$$100000(1 + 0,03)^{12} = 10000(1 + 0,03)^9 + 20000(1 + 0,03)^6 + 25000(1 + 0,03)^4 + 23000(1 + 0,03)^2 + X$$

$$142576,08 = 13047,73 + 23881,04 + 28137,72 + 24400,7 + X$$

$$142576,08 - 89467,19 = X$$

$$53108,89 = X$$

Criterio de saldos insolutos. Indica que cada vez que se hacen pagos parciales se debe determinar el saldo por pago, hasta la fecha de vencimiento



$$m_1 = 100000(1 + 0,03)^3 = 109272,70$$

$$S_1 = 109272,70 - 10000 = 99272,70$$

$$m_2 = 99272,70(1 + 0,03)^3 = 108477,95$$

$$S_2 = 108477,95 - 20000 = 88477,95$$

$$m_3 = 88477,95(1 + 0,03)^2 = 93866,26$$

$$S_3 = 93866,26 - 25000 = 68866,26$$

$$m_4 = 68866,26(1 + 0,03)^2 = 73060,22$$

$$S_4 = 73060,22 - 23000 = 50060,22$$

$$m_x = 50060,22(1 + 0,03)^2 = 53108,89Bs$$

Ventas a crédito

Ejercicios

Un comerciante acostumbra aumentar el precio de venta de contado en un 10% para ventas a plazos hasta de seis meses y en un 15% para plazos entre 6 meses y un año. Cobra como cuota inicial igual a las cuotas por pagar en los plazos. Dos clientes, A y B, compran cada uno artículos por el mismo valor de 6000 \$. A compra a 5 meses plazo y B a 10 meses plazo con pagos mensuales. Para ambas compras, calcular la cuota mensual y la tasa de interés cargada, aplicando la regla comercial.

A) Datos

$$I = 6000 \times 0,1$$

$$I = 600$$

$$P_p = 6000 \$$$

$$n = 5$$

$$m = 12$$

$$R = \frac{6000 + 600}{6}$$

$$R = 1100$$

$$B = nR - I$$

$$B = 5(1100) - 600$$

$$B = 4900$$

$$j = \frac{2(12) \cdot 600}{4900(5+1) - 600(5-1)}$$

$$j = 0,533$$

$$j = 53,3\%$$

Ventas a crédito

Son aquellas en las que una empresa entrega un producto o presta un servicio sin recibir el pago inmediato, permitiendo que el cliente pague en el futuro, ya sea en una fecha fija o en cuotas.

B)

$$P_p = 6000$$

$$n = 10$$

$$m = 12$$

$$I = 6000 \times 0,15$$

$$I = 900$$

$$R = \frac{6000 + 900}{10}$$

$$R = 690$$

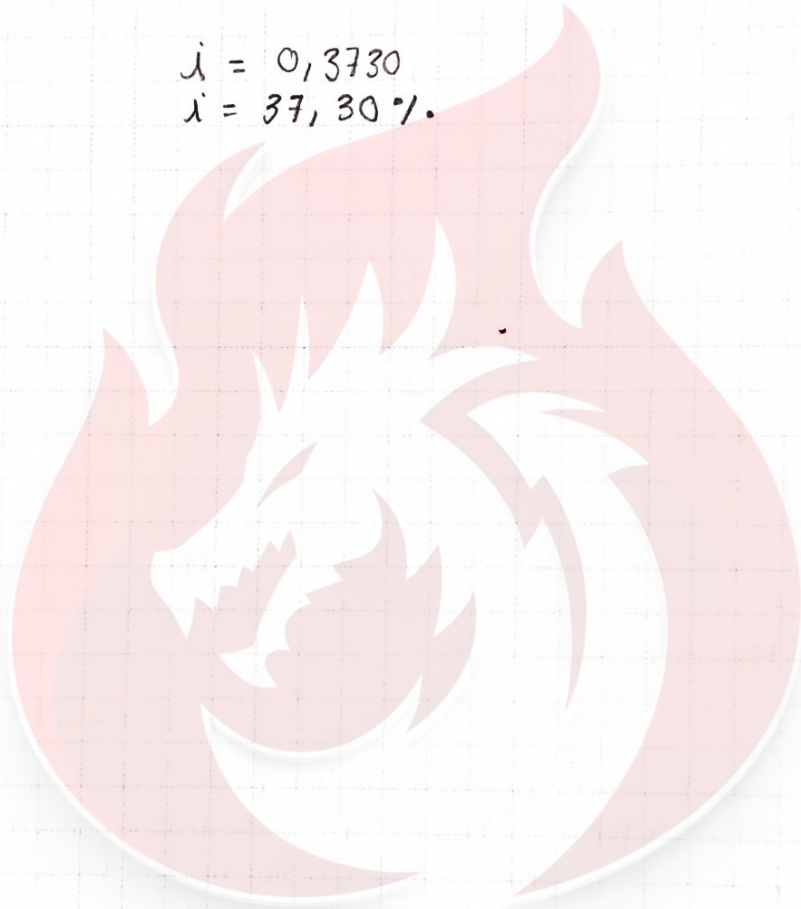
$$B = 10(690) - 900$$

$$B = 6000$$

$$j = \frac{2(12)(900)}{6000(10+1) - 900(10-1)}$$

$$j = 0,3730$$

$$j = 37,30\%$$



NUEVA FUERZA

FINANCIERA

Anualidades

Anualidad -- Es una sucesión de pagos iguales o diferentes en periodos de pagos iguales.

Una anualidad es el conjunto de pagos, depósitos o retiros iguales, para cancelar una deuda o para ahorrar un fondo.

El valor de cada pago o depósito se representa con A

Anualidad vencida -- Cuando los pagos o depósitos se efectúan a fines de cada periodo de pago.

Ejemplos

Una persona ha depositado al final de cada mes 1000 Bs en una cuenta de ahorros, al cabo de 5 años, tiene en su cuenta 70542 Bs ¿Qué tasa nominal promedio ha ganado?

$$A = 1000 \text{ Bs}$$

$$VF = 70542 \text{ Bs}$$

$$n = 5 \text{ años } 60 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$VF = 1000 \left[\frac{(1 + 0,005356)^{60} - 1}{0,005356} \right]$$

$$VF = 70541,43 \text{ Bs}$$

$$i = 0,5356\% \text{ mensual } \frac{0,005356}{\text{mensual}} \cdot \frac{12 \text{ mes}}{1 \text{ año}} = 6,42\% \text{ anual}$$

Un trabajador puede ahorrar 800 Bs mensuales e invertirlos en una cuenta que paga 9% anual capitalizable cada mes. En cuanto tiempo ahorrará 55000 Bs.

$$A = 800 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,09}{12} = 0,0075 \text{ mensual}$$

$$VF = 55000$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{\log(55000 \cdot 0,0075 + 800) - \log(800)}{\log(1 + 0,0075)}$$

$$n = 55,651374$$

$$n = 4 \text{ años } 7 \text{ meses } 19 \text{ días}$$

Una persona compra maquinaria por valor de 60000 Bs y acuerda pagar 15000 Bs como cuota inicial y el saldo en cuotas iguales trimestrales de 12000 Bs con la tasa del 12% anual capitalizable cada trimestre. Hallar el no de pagos y el valor del pago final.

$$VP = 60000 - 15000 = 45000$$

$$A = 12000$$

$$i = \frac{0,12}{4} = 0,03 \text{ trimestral}$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{\log(12000) - \log(12000 - 45000 \cdot 0,03)}{\log(1 + 0,03)}$$

$$CF = 0,037604659 \times 12000 \quad n = 4,037604659$$

$$CF = 451,25 \text{ a los } 3 \text{ días}$$

Las anualidades se agrupan en dos:

Anualidades ciertas
se conoce la fecha inicial y terminal

Anualidades contingentes
Son aquellas en las que el primer pago o el último, es decir, la fecha inicial y la fecha final dependen de algún suceso

Previsible, pero cuya fecha de realización no puede fijarse.

Una persona compra una casa cuyo valor es de 180 000 Bs, al contado pago 50000 Bs y el saldo en 8 pagos iguales al final de cada trimestre. Se aplica una tasa nominal del 10% con capitalización trimestral. Calcular el valor de los pagos trimestrales.

$$VP = 180000 - 50000 = 130000 \text{ Bs}$$

$$n = 8 \text{ pagos trimestrales}$$

$$i = \frac{0,1}{4} = 0,025 / \text{trimestral}$$

$$A = ?$$

$$A = 130000 \cdot \frac{0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-8}}$$

$$A = 18130,75 \text{ Bs}$$

Para cancelar una deuda de 200 000 Bs, con el 10% de interés, capitalizable cada semestre se conviene en cancelar con pagos semestrales de 35 000 Bs. Calcular el número de pagos y el valor del pago final.

$$VP = 200000 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,1}{2} = 0,05 / \text{semestral}$$

$$A = 35000 \text{ Bs}$$

$$n = ?$$

$$n = \frac{\log(35000) - \log(35000 - 200000 \cdot 0,05)}{\log(1 + 0,05)}$$

$$n = 6,89631286 \text{ semestres}$$

$$CF = 0,89631286 \cdot 35000$$

$$CF = 31370,95 \text{ a los 161 días.}$$

Que tasa nominal convertible trimestralmente debe aplicarse para que 24 depósitos trimestrales de 500\$ den un valor futuro de 16000\$ al efectuar el último depósito.

$$i = ?$$

$$n = 24$$

$$A = 500 \$$$

$$VF = 16000$$

$$VF = 500 \left[\frac{(1 + 0,02412)^{24} - 1}{0,02412} \right]$$

$$VF = 15999,6 \$$$

$$i = 2,412 \%$$

d) ¿Qué oferta es más conveniente por una propiedad que vale 100 000 Bs
a) 35 000 Bs al contado y 12 pagos mensuales de 6 000 Bs
b) 35 000 Bs al contado y un pago de 75 000 Bs a un año plazo?
Tasa de interés 18 %. Capitalizable cada mes.

a)

$$i = 0,015 / \text{mensual}$$

$$n = 12 \text{ pagos mensuales}$$

$$A = 6000$$

$$VP =$$

$$VP = 6000 \left[\frac{1 - (1 + 0,015)^{-12}}{0,015} \right]$$

$$VP = 65445,03 + 35000$$

$$VP = 100445,03 \text{ Bs}$$

b) $i = 0,015 / \text{mensual}$

$$VF = 75000 \text{ Bs}$$

$$n = 12$$

$$VP = \frac{75000}{(1 + 0,015)^{12}}$$



$$VP = 62729,05 + 35000$$

$$VP = 97729,05 \text{ Bs}$$

La oferta a conviene

Anualidad anticipada.

Son aquellas donde los pagos se efectúan en la fecha inicial de cada periodo de pago.

Ejemplos

Una compañía deposita al principio de cada año 20 000 Bs en una cuenta de ahorros que abona el 7% de intereses. ¿A cuánto ascenderán los depósitos al cabo de 5 años?

$$A = 20000 \text{ Bs}$$

$$i = 0,07 / \text{anual}$$

$$VF = ?$$

$$n = 5$$

$$VF = 20000 \left[\frac{(1 + 0,07)^{5+1} - 1}{0,07} - 1 \right]$$

$$VF = 123065,81 \text{ Bs}$$

Un trabajador deposita 300 \$ a principios de cada mes en una cuenta de ahorros que paga el 8% de intereses Capitalizable cada mes. En cuánto tiempo y con qué pago final llegará a ahorrar 30 000 \$?

$$A = 300 \$$$

$$i = 8\% \cdot \frac{0,08}{12} =$$

$$n = ?$$

$$VF = 30000 \$$$

$$n = \frac{\log \left(\frac{30000 \cdot 0,08/12 + 300}{300} \right)}{\log (1 + 0,08/12)}$$

$$n = 76,87897353 \text{ meses}$$

$$n = 6 \text{ años } 4 \text{ meses } 26 \text{ días}$$

$$CF = 0,87897353 \times 300$$

$$CF = 263,69 \$ \text{ a los } 26 \text{ días}$$

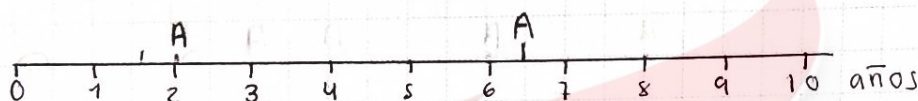
Anualidades diferidas

Una anualidad diferida es aquella donde el primer pago se realiza después de 2 o más periodos de pago.

La fecha en la que se da el primer pago se le conoce como periodo de gracia.

Ejemplos

Calcular el valor actual de una renta de 5000 \$ semestrales, si el 1er pago debe recibirse dentro de 2 años y el último dentro de 6 años, si la tasa de interés es del 8% capitalizable cada semestre



$$A = 5000 \$$$

$$n = 9$$

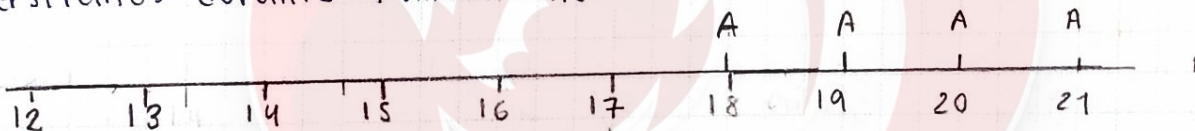
$$K = 3 \text{ semestres}$$

$$i = \frac{0,08}{2} = 0,04 \text{ / semestral}$$

$$VP = 5000 \left[\frac{1 - (1 + 0,04)^{-9}}{0,04} \right] (1 + 0,04)^{-3}$$

$$VP = 33049.91 \$$$

Al cumplir un joven 12 años, su padre deposita 2000 000 Bs en una cuenta que abona el 8% a fin de que al cumplir 18 años, comience a recibir una renta anual para pagar sus estudios universitarios durante 4 años. Calcular el costo de los estudios.



$$VP = 2\,000\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 4$$

$$K = 5$$

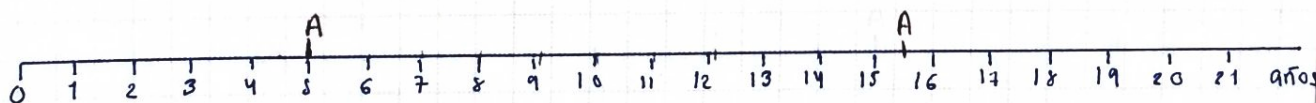
$$i = 0,08$$

$$A = ?$$

$$A = \frac{2000000 \cdot 0,08 (1 + 0,08)^5}{1 - (1 + 0,08)^{-4}}$$

$$A = 887241.42 \$$$

Una persona deposita hoy 60000 Bs en una cuenta que abona el 7% de interés para que dentro de 5 años se le comience a pagar una renta que se le cancelará cada semestre durante 10 años. Calcular la renta semestral que recibirá.



$$VP = 60000 \text{ Bs}$$

$$n = 21 \text{ semestres}$$

$$K = 10 \text{ años } 20 \text{ semestres}$$

$$i = \frac{0,07}{2} = 0,035 \text{ / semestral}$$

$$A = \frac{60000 \cdot 0,035 (1 + 0,035)^9}{1 - (1 + 0,035)^{-20}}$$

$$A = 5753.69 \text{ Bs}$$

Anualidad perpetua

Son pagos periodicos que tienen fecha de inicio y no tiene fecha final es por tiempo indefinido.

Anualidades generales

Son anualidades ciertas y vencidas donde el periodo de pago es diferente del periodo de capitalización, es decir, no es una anualidad simple.

Para resolver problemas primero se debe igualar el periodo de pago y el periodo de capitalización y aplicar las formulas correspondientes.

Ejemplos

Un equipo de soldar cuyo valor de contado es 730 000 Bs se vende con 100 000 Bs de cuota inicial y 18 cuotas mensuales, a una tasa efectiva de 8%. Hallar el valor de las cuotas mensuales.

$$P_c = 730000 \text{ Bs}$$

$$C_i = 100000 \text{ Bs}$$

$$i_e = 0,08 / \text{anual}$$

$$n = 18$$

$$B = 630000 \text{ Bs}$$

$$P_c = \text{mes}$$

$$C_i = \text{año}$$

$$P_c \neq C_i$$

$$\lambda_m = \sqrt[12]{1 + 0,08} - 1$$

$$\lambda_n = 0,00643403011$$

$$VP = 630000$$

$$\lambda = 0,0064340$$

$$n = 18 \text{ cuotas mensuales}$$

$$A = ?$$

$$A = 630000 \cdot \frac{0,0064340}{1 - (1 + 0,0064340)^{-18}}$$

$$A = 37178,17 \text{ Bs}$$

Un trabajador deposita cada fin de mes 2000 Bs en una cuenta de ahorro que paga el 8% con capitalización semestral. Cuántos depositos debe hacer para reunir 50 000 Bs.

$$A = 2000 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,08}{2} = 0,04 / \text{semestral}$$

$$n = ?$$

$$VF = 50000 \text{ Bs}$$

$$\lambda_m = \sqrt[6]{1 + 0,04} - 1$$

$$\lambda_m = 0,006558971 \text{ mes}$$

$$n = \frac{\log(50000 \cdot 0,006558971 + 2000) - \log(2000)}{\log(1 + 0,006558971)}$$

$$0,2258483 \times 30 = 6 \text{ días}$$

$$n = 23,2258483 \text{ de positos mensuales}$$

$$\frac{2000 \times 12}{30} = 800 \text{ Bs}$$

23 depositos mensuales más 800 Bs a los 6 días del último deposito mensual

Una persona deposita 500 Bs cada fin de mes en un banco que paga el 6% capitalizable cada semestre. Calcular el valor futuro de los depósitos al cabo de 10 años

Datos

A = 500 Bs mensual

$i = \frac{0,06}{2} = 0,03$ /semestral

n = 120 meses

VF = ?

$$(1 + i_{\text{mensual}})^n = (1 + i_{\text{semestral}})^m$$

$$(1 + i_{\text{mensual}})^6 = (1 + 0,03)^1$$

$$i_{\text{mensual}} = \sqrt[6]{1 + 0,03} - 1$$

$$i_{\text{mensual}} = 0,004938622031$$

$$VF = 500 \left[\frac{(1 + 0,004938622031)^{120} - 1}{0,004938622031} \right]$$

$$VF = 81612,97 \text{ Bs}$$

Calcular el valor futuro al final de 5 años pagaderos a principios de cada mes a una tasa del 6% capitalizable cada semestre.

De 700 Bs de cuotas

VF = ?

n = 5 años = 60 meses

$i = \frac{0,06}{2} = 0,03$ /semestral

A = 700 Bs

$$(1 + i_{\text{mensual}})^6 = (1 + 0,03)^1$$

$$i_{\text{mensual}} = \sqrt[6]{1 + 0,03} - 1$$

$$i_{\text{mensual}} = 0,004938 / \text{mes}$$

$$VF = 700 \left[\frac{(1 + 0,004938)^{60+1} - 1}{0,004938} - 1 \right]$$

$$VF = 48986,46 \text{ Bs}$$

Una deuda de 50000 Bs debe cancelarse en 6 años mediante pagos por trimestre vencido a la tasa de 5% capitalizable cada semestre. Calcular el valor de los pagos

VP = 50000 Bs

n = 6 años x 4 = 24 trimestres

$i = \frac{0,05}{2} = 0,025$ /semestral

A = ?

$$(1 + i_{\text{trimestral}})^2 = (1 + 0,025)^1$$

$$i_{\text{trimestral}} = \sqrt{1 + 0,025} - 1$$

$$i_{\text{trimestral}} = 0,0124228$$

$$A = \frac{50000 \times 0,0124228}{1 - (1 + 0,0124228)^{-24}}$$

$$A = 2422,13 \text{ Bs}$$

Anualidades variadas

Simplemente variadas. - Cuando los pagos periodicos son diferentes y no cumplen con ninguna regla de formación

El VP y VF es la sumatoria de las cuotas periodicas

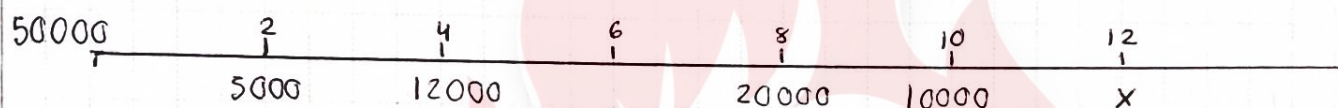
$$VP = \sum_{i=1}^n VP_i$$

$$VF = \sum_{i=1}^n VF_i$$

Ejemplo

Por un préstamo de 50 000 Bs al 12% anual capitalizable cada mes se hizo los siguientes pagos periodicos:

a los 2 meses 5000, a los 4 meses 12000, a los 8 meses 20 000 y a los 10 meses 10000 Bs, Calcular el saldo por pagar a un año plazo.



$$50000 = \frac{5000}{(1+0,01)^2} + \frac{12000}{(1+0,01)^4} + \frac{20000}{(1+0,01)^8} + \frac{10000}{(1+0,01)^{10}} + \frac{X}{(1+0,01)^{12}}$$

$$50000 = 4901,48 + 11531,76 + 18469,66 + 9052,86 + X(1,12682)$$

$$50000 - 43955,76 = X(1,12682)$$

$$\frac{6044,24}{1,12682} = X$$

$$5363,98$$

Gradiente aritmético

Cuando los pagos periodicos forman una progresión aritmetica, es decir los pagos son de la forma

$$A: A + r, A + 2r, A + 3r \dots A + (n-1)r : A + (n-1)r$$

Ejemplos

Calcular el valor presente y valor futuro de los siguientes pagos mensuales, si la tasa de interés es 2% mensual capitalizable cada mes.

1000, 1100, 1200, 1300, 1400, 1500

$$VP = ?$$

$$VF = ?$$

$$i = 0,02 / \text{mensual}$$

$$k = 100$$

$$n = 6$$

$$A = 1000$$

$$VP = 1000 \left[\frac{1 - (1,02)^{-6}}{0,02} \right] + \frac{100}{0,02} \left[\frac{1 - (1,02)^{-6}}{0,02} - 6(1,02)^{-6} \right]$$

$$VP = 6969,44$$

$$VF = 1000 \left[\frac{(1,02)^6 - 1}{0,02} \right] + \frac{100}{0,02} \left[\frac{(1,02)^6 - 1}{0,02} - 6 \right]$$

$$VF = 7848,72$$

Las ventas promedio de un almacén son de 400 000 Bs mensuales. El dueño inicia una ampliación y estima que sus ventas, a partir del quinto mes, se incrementen con un gradiente de 50 000 Bs mensuales, estabilizándose al cabo de un año. Hallar el valor actual de sus rentas durante el primer año. Tasa de interés 18% capitalizable cada mes.

Datos

$$A = 400\,000 \text{ Bs}$$

$$r = 50\,000 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,18}{12} = 0,015 / \text{mensual}$$

$$n = 9$$

$$VP = 400\,000 \left[\frac{1 - (1,015)^{-9}}{0,015} \right] + 50\,000 \left[\frac{1 - (1,015)^{-9}}{0,015} - 9(1,015)^{-9} \right]$$

$$VP = 4'974\,830,78 \text{ Bs}$$

Gradiente geométrico. -- Cuando los pagos periódicos forman una progresión geométrica es cada pago, a partir del segundo es igual al anterior multiplicado por una constante llamada razón geométrica.

Ejemplo

Aumentan y disminuyen

10000, 11000, 12100, 13310, 14641, 16105.10

razón geométrica $g = 1,1$

Ejemplos

Calcular el VP y VF en una anualidad gradiente geométrica donde el primer pago es 10000 Bs y $g = 1,1$ y son 6 pagos anuales con tasa de interés del 6%.

Datos

VP = ?

VF = ?

$n = 6$

$g = 1,1$

$A = 10000$ Bs

$$VP = 10000 \left[\frac{(1,1)^6 (1 + 0,06)^{-6} - 1}{1,1 - (1 + 0,06)} \right]$$

$$VP = 62220,15 \text{ Bs}$$

$$VF = 10000 \left[\frac{1,1 - (1 + 0,06)^6}{1,1 - (1 + 0,06)} \right]$$

$$VF = 88260,47 \text{ Bs}$$

Una deuda debe cancelarse en 5 años con cuotas de 10000 Bs cada fin de año a una tasa de interés de 6%. Estos pagos se incrementan después del primer año en un 10% anual cada uno. Calcular el valor presente de la deuda.

Datos

$A = 10000$

$g = 1,1$

$n = 5$ años

$i = 0,06$ / anual

VP = ?

$$VP = 10000 \left[\frac{1,1^5 (1 + 0,06)^{-5} - 1}{1,1 - (1 + 0,06)} \right]$$

$$VP = 50866,69 \text{ Bs}$$

Una deuda se amortiza en 6 años con pagos semestrales de 9000 Bs por semestre vencido a una tasa efectiva anual del 10% anual incrementando los pagos cada año en un 20%. Hallar el valor presente de la deuda.

$n = 6$ años

$A = 9000$ Bs

$i = 0,1$ / anual

$g = 1,2$

VP = ?

$m = 1$

$p = 2$

$k = \frac{1}{2}$

$$VP = \frac{9000 \cdot 0,1}{(1 + 0,1)^{\frac{1}{2}} - 1} \cdot \frac{1,2^6 (1 + 0,1)^{-6} - 1}{1,2 - (1 + 0,1)}$$

$$VP = 126403,12 \text{ Bs}$$

Amortización y fondos de amortización

Amortización: - Es un pago periodico de una deuda y sus intereses con cuotas iguales o diferentes

Principios

1) El pago periodico primero se debe cancelar los intereses del periodo sobre saldos por pagar.

2) La cuota periodica debe ser mayor al monto de los intereses del periodo.

Existen varios sistemas de amortización

Amortización causada, el pago periodico es igual al cociente de la deuda entre el número de periodos de pago más los intereses del periodo.

Ejemplo

Un préstamo de 100000 Bs para cancelar en cuotas mensuales durante 5 años con una tasa del 12%.

$$\begin{aligned}\text{Amortización mensual} &= \frac{\text{deuda}}{\text{número de periodos de pago}} \\ &= \frac{100\,000}{60} \\ &= 1666,67 \text{ Bs}\end{aligned}$$

Periodos	Amortización	Intereses	Cuota	Saldo
0	—	—	—	100000
1	1666.67	1000	2666.67	97333.33
2	1666.67	983.33	2650.00	96666.66
3	1666.67	966.67	2633.34	94999.99
4	1666.67	949.99	2616.67	93333.32
5	1666.67	933.33	2600.00	91666.65
6	1666.67	916.67	2583.34	89999.98
7	1666.67	900	2566.67	88333.32

Sistema de cuota constante -- Es una aplicación de anualidad simple y se calcula el pago periódico de la anualidad y se elabora el cuadro de amortización

Ejemplo -- Un préstamo de 50000 Bs para pagar en 2 años en pagos bimestrales iguales, si la tasa de interés es 18% anual con capitalización bimestral. Calcular el valor de los pagos y elaborar el cuadro de amortización.

Datos

$$A = ?$$

$$VP = 50\,000 \text{ Bs}$$

$$i = \frac{0,18}{6} = 0,03 \text{ Bimestral}$$

$$n = 2 \text{ años } 12 \text{ bimestres}$$

$$A = \frac{50000 \cdot 0,03}{1 - (1 + 0,03)^{-12}}$$

$$A = 5023,10 \text{ Bs}$$

	Cuotas	Intereses	Amortización	Saldo
0	—	—	—	50 000
1	5023,10	1500	3523,10	46476,90
2	5023,10	1394,31	3628,79	42848,11
3	5023,10	1285,44	3737,65	39110,45
4	5023,10	1173,31	3849,78	35260,66
5	5023,10	1057,81	3965,28	31295,38
6	5023,10	938,86	4084,24	27211,14
7	5023,10	816,33	4206,76	23004,37
8	5023,10	690,13	4332,96	18671,40
9	5023,10	560,14	4462,95	14208,44
10	5023,10	426,25	4596,84	9611,60
11	5023,10	288,34	4734,75	4876,84
12	5023,10	146,31	4876,79	0,05

Una deuda de 100000 Bs a 5 años plazo debe pagarse con el siguiente plan de amortización, cuotas semestrales iguales a la tasa del 10% nominal capitalizable semestralmente, durante el primer año y medio se pagarán solo intereses y a partir del cuarto semestre cancelará cuotas hasta extinguir la deuda al final de su plazo. Calcular la cuota semestral y elaborar el cuadro de amortización.

$$VP = 100\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 3 \text{ años } 7 \text{ semestres}$$

$$i = \frac{0,1}{2} = 0,05 \text{ semestral}$$

$$A = ?$$

$$A = \frac{100000 \times 0,05}{1 - (1 + 0,05)^{-10}}$$

$$A = 17281,98 \text{ Bs}$$

Periodo	Cuotas	Intereses	Amortización	Saldo
0	—	—	—	100 000
1	5000	5000	—	100 000
2	5000	5000	—	100 000
3	5000	5000	—	100 000
4	17281,98	5000	12281,98	87718,02
5	17281,98	4385,90	12896,08	74821,94
6	17281,98	3741,09	13540,88	61281,06
7	17281,98	3064,05	14217,93	47063,13
8	17281,98	2353,15	14928,82	32134,31
9	17281,98	1606,71	15675,27	16459,04
10	17281,98	822,95	16459,03	0,01

Una deuda de 10 000\$ con interés del 6% capitalizable cada trimestre, debe amortizarse con 4 pagos trimestrales iguales, debiendo efectuar el primer pago a los 2 años. Calcular el valor de los pagos y efectuar el cuadro de amortización.

$$VP = 10\,000\$$$

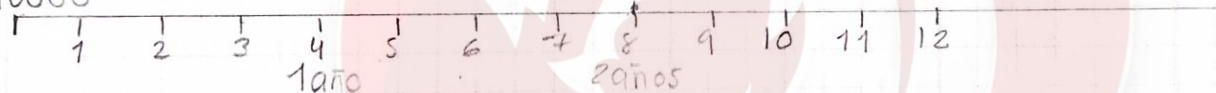
$$i = \frac{0,06}{4} = 0,015 \text{ trimestral}$$

$$k = 2 \text{ años } 8 \text{ bimestres}$$

$$A = ?$$

$$n = 1 \text{ año } 4 \text{ trimestres}$$

$$10000$$



$$A = \frac{10000 \times 0,015 (1 + 0,015)^8}{1 - (1 + 0,015)^{-4}}$$

$$A = 2922,62$$

0	—	—	—	10 000
1	—	150	—	10 150
2	—	152,25	—	10 302,25
3	—	154,53	—	10 456,78
4	—	156,85	—	10 613,63
5	—	159,20	—	10 772,83
6	—	161,59	—	10 934,42
7	—	164,01	—	11 098,43
8	—	166,47	—	11 264,90
9	2922,62	168,97	2753,64	8511,25
10	2922,62	127,66	2794,95	5716,29
11	2922,62	85,74	2836,88	2879,41
12	2922,62	43,20	2879,42	0,01

Con el objetivo de desarrollar un área industrial se conceden préstamos de fomento con el siguiente plan de amortización: plazo 5 años, cuotas semestrales a la tasa del 4%, efectivo semestral en los 2 primeros años se amortiza el 20% de la deuda y en los 3 últimos años el 80% restante. Aplicar el modelo a un préstamo de 50000 Bs

$$A_1 = P$$

$$n = 2 \text{ años } 4 \text{ semestres}$$

$$VP = 500000 \times 0,2 = 100000$$

$$i = 0,04 / \text{semestral}$$

$$A = \frac{100000 \times 0,04}{1 - (1 + 0,04)^{-4}}$$

$$A = 27549,00 + 0,04 \times 400000$$

$$A = 43549$$

$$A_2 = P$$

$$n = 3 \text{ años } 6 \text{ semestres}$$

$$VP = 500000 \times 0,8 = 400000$$

$$i = 0,04 / \text{semestral}$$

$$A = \frac{400000 \times 0,04}{1 - (1 + 0,04)^{-6}}$$

$$A = 76304,76$$

	—	—	—	500000
0				476451
1	43549	20000	23549	451960,04
2	43549	19058,04	24490,96	426489,44
3	43549	18078,40	25470,59	400000,02
4	43549	17059,57	26489,42	339695,26
5	76304,76	16000,00	60304,75	276978,31
6	76304,76	13587,81	62716,94	211752,68
7	76304,76	11079,13	65225,62	143918,03
8	76304,76	8470,10	67834,65	73369,99
9	76304,76	5756,72	70548,03	0,03
10	76304,76	2934,79	73369,96	

NUEVA FUERZA
FINANCIERA

Fondo de amortización

Es una cantidad de dinero que se acumula con cuotas periódicas hasta llegar a una cantidad o monto previamente determinado en una cuenta que paga intereses.

Ejemplo

Una deuda de 300 000 Bs vence dentro de 6 años. Para cancelar se establece un fondo de amortización que gana el 8% de intereses. Calcular el saldo insoluto al finalizar el 4º año

$$VF = 300\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 6 \text{ años}$$

$$i = 0,08 \text{ /anual}$$

$$A = ?$$

$$A = \frac{300\,000 \times 0,08}{(1 + 0,08)^6 - 1}$$

$$A = 40\,894,62 \text{ Bs}$$

Periodo	Cuotas	Intereses	Acumulación	Saldo
0	—	—	—	—
1	40894,62	0	40894,62	40894,62
2	40894,62	3271,56	44166,18	85060,80
3	40894,62	6804,86	47699,48	132760,28
4	40894,62	10620,82	51515,44	184275,72

$$\text{Saldo} = 300\,000 - 184\,275,72$$

$$\text{Saldo} = 115\,724,27 \text{ Bs}$$

Un comerciante debe cancelar una deuda de 300 000 Bs dentro de 4 años. Para liquidar decide establecer un fondo en una corporación financiera que paga el 25% anual. Si los aportes al fondo se incrementan cada año 10% sobre el año anterior. Hallar el valor de los aportes anuales y elaborar el cuadro de acumulación

$$VF = 300\,000 \text{ Bs}$$

$$n = 4 \text{ años}$$

$$i = 0,25 \text{ /anual}$$

$$g = 1,1$$

$$A = ?$$

$$VF = A \left[\frac{gn - (1+i)^n}{g - (1+i)} \right]$$

$$300\,000 = A \left[\frac{1,1 - (1+0,25)^4}{1,1 - (1,025)} \right]$$

$$300\,000 = A [6,515375]$$

$$A = \frac{300\,000}{6,515375}$$

$$A = 46\,045,06 \text{ Bs}$$

Periodo	Cuotas	Intereses	Acumulación	Saldos
0	—	—	—	—
1	46045,06	—	46045,06	46045,06
2	50649,56	11511,26	62160,83	108205,88
3	55714,51	27051,47	82765,98	190971,86
4	61285,96	47742,96	109028,92	300000,7



NUEVA FUERZA
FINANCIERA